

## Методы упрощения выражений

### Задание 1

Упростить и вычислить:  $\sqrt[3]{3+\frac{11\sqrt{6}}{9}}+\sqrt[3]{3-\frac{11\sqrt{6}}{9}}$ .

*Размышления:* Пусть  $x=\sqrt[3]{3+\frac{11\sqrt{6}}{9}}$ ,  $y=\sqrt[3]{3-\frac{11\sqrt{6}}{9}}$ . Какие особенности комбинаций этих чисел можно заметить? Очевидно, что  $x^3+y^3=3+3=6$ . Чуть сложнее заметить, что  $xy=\sqrt[3]{3+\frac{11\sqrt{6}}{9}}\cdot\sqrt[3]{3-\frac{11\sqrt{6}}{9}}=\sqrt[3]{(3+\frac{11\sqrt{6}}{9})\cdot(3-\frac{11\sqrt{6}}{9})}=\sqrt[3]{9-\frac{121\cdot 2}{27}}=\sqrt[3]{\frac{1}{27}}=\frac{1}{3}$ .

Зная эти факты, можно составить уравнение для поиска искомой величины.

*Решение:* Пусть  $x=\sqrt[3]{3+\frac{11\sqrt{6}}{9}}$ ,  $y=\sqrt[3]{3-\frac{11\sqrt{6}}{9}}$ . Тогда  $x^3+y^3=3+3=6$ ,  $xy=\frac{1}{3}$ .

Составим уравнение для искомой величины  $t=x+y$ :

$$t^3=(x+y)^3=(x^3+y^3)+3xy(x+y)=6+3xyt=6+t.$$

Уравнение:  $t^3=t+6$ ,  $t^3-t-6=(t-2)(t^2+2t+3)=0$  имеет единственный корень  $t=2$ .

*Ответ:* 2.